

ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΓΕΡΙΟΥ
ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2018-2019 – Β' ΤΕΤΡΑΜΗΝΟ

Όνομα: _____ Τμήμα: Γ1 Αριθμός: _____

Μάθημα: Μαθηματικά - Γ' Γυμνασίου Περίοδος: 1^η Ημερομηνία: 1.2.2019

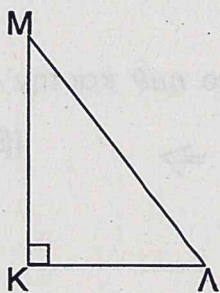
Είδος Διαγωνίσματος: Μάθημα Ημέρας – Τριγωνομετρία Διάρκεια: 40'

Καθηγητής: Πηλαβάκης Μιχάλης Βαθμός: _____

Υπογραφή Κηδεμόνα: _____

ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΤΕ ΣΕ ΟΛΕΣ ΤΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

A) Να συμπληρώσετε τα πιο κάτω με την βοήθεια του σχήματος: (β. 1)



(α) Προσκείμενη κάθετος της M : MK.....

(β) Απέναντι κάθετος της Λ : MK.....

B) Να βρείτε ποια από τα παρακάτω είναι ΣΩΣΤΑ και ποια ΛΑΘΟΣ : (β. 1.5)

(α) $\eta\mu M = \frac{MK}{ML}$ ΛΑΘΟΣ.....

(β) $\epsilon\phi\Lambda = \frac{MK}{K\Lambda}$ ΣΩΣΤΟ.....

(γ) $\sigma\upsilon\nu M = \frac{KM}{ML}$ ΣΩΣΤΟ.....

2. Να συμπληρώσετε τα πιο κάτω : (β. 1)

(α) $\sigma\upsilon\lambda 23^\circ = \eta\mu 67^\circ$

(β) $\sigma\upsilon\nu 31^\circ = \eta\mu 59^\circ$

3. Με την βοήθεια της υπολογιστικής μηχανής:

A. Να υπολογίσετε με 2 δεκαδικά ψηφία τα πιο κάτω: (β. 1)

(α) $\eta\mu 73^\circ = \dots$ 0,96.....

(β) $\epsilon\phi 50^\circ = \dots$ 1,19.....

B. Να βρείτε τις γωνίες ω και θ κατά προσέγγιση ακεραίου.

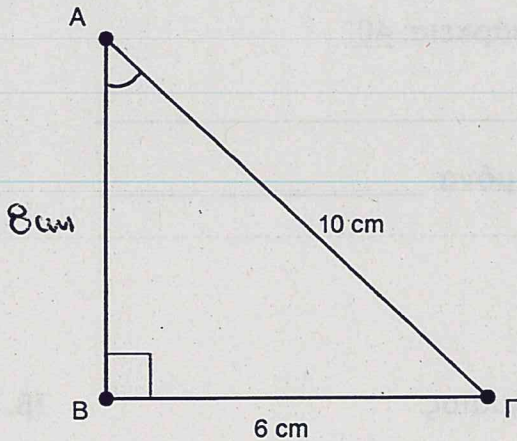
(β. 1.5)

$$(\alpha) \quad \eta\mu\theta = 0,833 \Rightarrow \hat{\theta} = 56^\circ$$

$$(\beta) \quad \sigma\upsilon\nu\omega = 0,616 \Rightarrow \hat{\omega} = 52^\circ$$

4. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνιάς A.

(β. 2)



$(6, 8, 10)$: Πυθαγόρεια τριάδα \Rightarrow

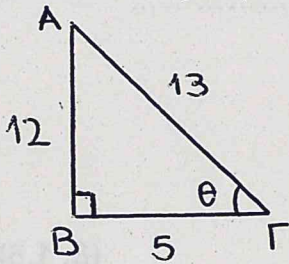
$$AB = 8 \text{ cm}$$

$$\eta\mu A = \frac{B\Gamma}{A\Gamma} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\sigma\upsilon\nu A = \frac{AB}{A\Gamma} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\epsilon\phi A = \frac{B\Gamma}{AB} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

5. Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο με οξεία γωνιά $\hat{\theta}$ το $\sigma\upsilon\nu\hat{\theta} = \frac{5}{13}$ να υπολογίσετε το $\eta\mu\hat{\theta}$ και την $\epsilon\phi\hat{\theta}$.



$(5, 12, 13)$: Πυθαγόρεια τριάδα \Rightarrow

(β. 2)

$$AB = 12 \text{ μον.}$$

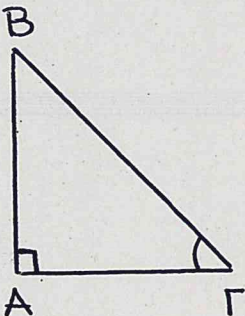
$$\eta\mu\hat{\theta} = \frac{AB}{A\Gamma} = \frac{12}{13}$$

$$\epsilon\phi\hat{\theta} = \frac{AB}{B\Gamma} = \frac{12}{5}$$

6. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$ ($\hat{A} = 90^\circ$) ισχύει η σχέση $\boxed{\epsilon\phi\hat{\Gamma} \cdot \sigma\upsilon\nu\hat{\Gamma} = \eta\mu\hat{\Gamma}}$.

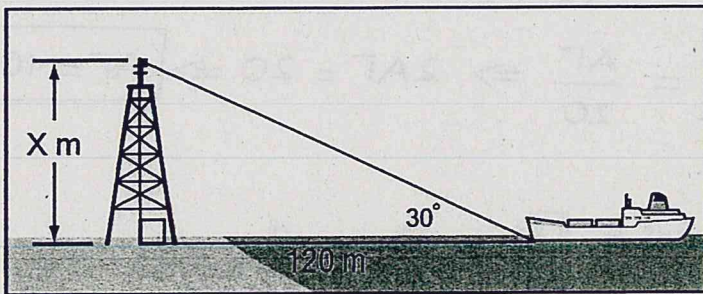
(β. 2)

$$A.M. = \epsilon\phi\hat{\Gamma} \cdot \sigma\upsilon\nu\hat{\Gamma} = \frac{AB}{A\Gamma} \cdot \frac{A\Gamma}{B\Gamma} = \frac{AB}{B\Gamma} = \eta\mu\hat{\Gamma} = B.M.$$



7. Πλοίο απέχει 120 m από πύργο, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Να υπολογίσετε το ύψος του πύργου, εάν δίνεται ότι: (β. 2)

$$\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2} = 0.5, \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.87, \epsilon\phi 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0.58.$$



$$\epsilon\phi 30^\circ = \frac{x}{120} \Rightarrow x = 120 \cdot \epsilon\phi 30^\circ$$

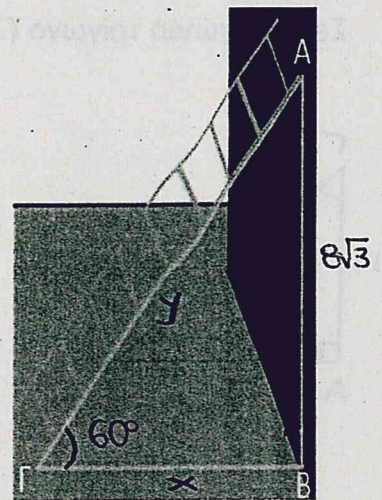
$$x = 120 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 40\sqrt{3} \text{ m}$$

$$\hat{\eta} \quad x = 120 \cdot 0.58 \Rightarrow \boxed{x = 69.6 \text{ m}}$$

8. Με βάση το διπλανό σχήμα το ύψος του τοίχου στον οποίο ακουμπά η σκάλα είναι $AB = 8\sqrt{3} \text{ m}$ και η γωνία $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Να βρείτε την απόσταση της βάσης της σκάλας από τον τοίχο και το μήκος της σκάλας, αν γνωρίζετε ότι:

$$\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}, \epsilon\phi 60^\circ = \sqrt{3}.$$

(β. 3)



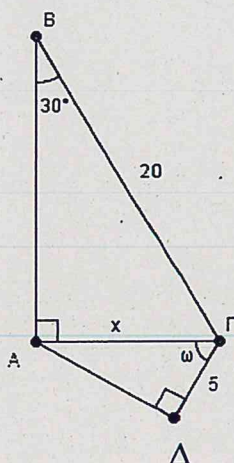
$$\eta\mu 60^\circ = \frac{AB}{A\Gamma} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{y} \Rightarrow$$

$$\boxed{y = 16 \text{ m}} \quad (\text{Μήκος σκάλας})$$

$$\epsilon\phi 60^\circ = \frac{AB}{B\Gamma} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{8\sqrt{3}}{x} \Rightarrow \boxed{x = 8 \text{ m}}$$

(Απόσταση βάσης σκάλας από τον τοίχο)

9. Δίνονται τα ορθογώνια τρίγωνα $\triangle AB\Gamma$ και $\triangle A\Gamma\Delta$. Αν γνωρίζετε ότι $B\Gamma=20\text{m}$, $\Gamma\Delta=5\text{m}$ και $\hat{B}=30^\circ$, να βρείτε την πλευρά x και την γωνία ω . (β. 3)



$$\triangle AB\Gamma: \eta\mu 30 = \frac{A\Gamma}{B\Gamma}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{A\Gamma}{20} \Rightarrow 2A\Gamma = 20 \Rightarrow \boxed{A\Gamma = 10\text{m}}$$

$$\triangle A\Gamma\Delta: \sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\Gamma\Delta}{A\Gamma} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

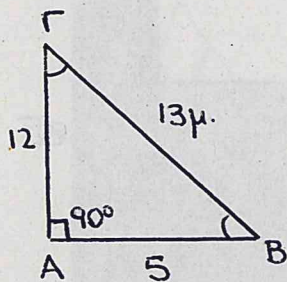
$$\Rightarrow \boxed{\hat{\omega} = 60^\circ}$$

Άσκηση Bonus: (Με πλήρη επίλυση)

(β. 1)

Σε ορθογώνιο τρίγωνο ($\hat{A} = 90^\circ$) δίνεται ότι $\epsilon\phi\Gamma = \frac{5}{12}$. Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$M = \frac{13\eta\mu\Gamma - 5\epsilon\phi B + \eta\mu^2\Gamma + \sigma\upsilon\nu^2\Gamma}{\sigma\upsilon\nu\Gamma}$$



(5, 12, 13) Πυθαγόρεια τριάδα $\Rightarrow B\Gamma = 13\mu$.

$$\eta\mu\Gamma = \frac{5}{13}, \epsilon\phi B = \frac{12}{5}, \sigma\upsilon\nu\Gamma = \frac{12}{13}$$

$$M = \frac{13 \cdot \frac{5}{13} - 5 \cdot \frac{12}{5} + \left(\frac{5}{13}\right)^2 + \left(\frac{12}{13}\right)^2}{\frac{12}{13}}$$

$$M = \frac{5 - 12 + \frac{25}{169} + \frac{144}{169}}{\frac{12}{13}}$$

$$M = \frac{5 - 12 + 1}{\frac{12}{13}} = \frac{-6}{\frac{12}{13}} = -6 \cdot \frac{13}{12} \Rightarrow \boxed{M = -\frac{13}{2}}$$