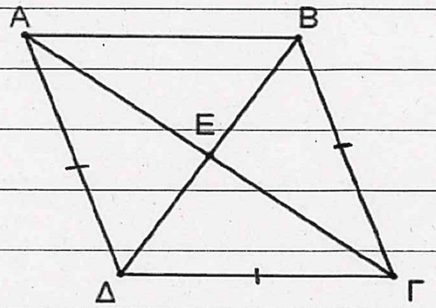
<u>Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ</u>

ΕΝΟΤΗΤΑ 9_ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΙΙ (Ρόμβος)

Λυμένες Ασκήσεις 2-4 και 6 Δραστηριοτήτων

σελ. 154-155

2. Στο διπλανό σχήμα τα τρίγωνα $ΑΔΓ$ και $ΑΒΓ$ είναι ίσα. Αν τα τρίγωνα $ΑΔΓ$ $(ΑΔ = ΔΓ)$ και $ΒΓΔ$ $(ΒΓ = ΓΔ)$ είναι ισοσκελή, να δείξετε ότι το τετράπλευρο $ΑΒΓΔ$ είναι ρόμβος.



$$\left.\begin{array}{l} ΑΔ = ΔΓ \text{ (δεδομένο)} \\ ΒΓ = ΓΔ \text{ (δεδομένο)} \end{array}\right\} \Rightarrow ΑΔ = ΔΓ = ΒΓ \quad (*)$$

Αφού $\overset{\triangle}{ΑΔΓ} = \overset{\triangle}{ΑΒΓ} \Rightarrow$ έχουν όλα τα αντίστοιχα στοιχεία τους ίσα $\Rightarrow ΑΒ = ΑΔ \overset{(*)}{\Longrightarrow} ΑΒ = ΑΔ = ΔΓ = ΒΓ$

Επομένως το τετράπλευρο ΑΒΓΔ έχει όλες τις πλευρές του ίσες $\Rightarrow$ ΑΒΓΔ ρόμβος.

3. Δίνεται το τετράπλευρο $ΑΒΓΔ$ με κορυφές $Α(3,5)$, $Β(-3,3)$, $Γ(3,1)$ και $Δ(9,3)$. Να δείξετε ότι το $ΑΒΓΔ$ είναι ρόμβος.

$$(ΑΒ) = \sqrt{(-3-3)^2+(3-5)^2} = \sqrt{(-6)^2+(-2)^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}\ \mu$$

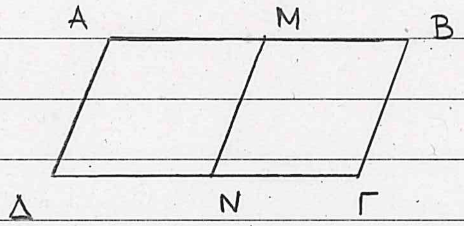
$$(ΒΓ) = \sqrt{(3+3)^2+(1-3)^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}\ \text{μον.}$$

$$(ΓΔ) = \sqrt{(9-3)^2+(3-1)^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}\ \text{μον.}$$

$$(ΔΑ) = \sqrt{(9-3)^2+(3-5)^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}\ \text{μον.}$$

Επομένως $ΑΒ = ΒΓ = ΓΔ = ΔΑ$, άρα το τετράπλευρο ΑΒΓΔ έχει όλες τις πλευρές του ίσες $\Rightarrow$ ΑΒΓΔ ρόμβος.

4. Σε παραλληλόγραμμο $ΑΒΓΔ$ ισχύει η σχέση $ΑΒ = 2ΒΓ$ και $Μ, Ν$ τα μέσα των $ΑΒ$ και $ΓΔ$ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $ΜΒΓΝ$ είναι ρόμβος.



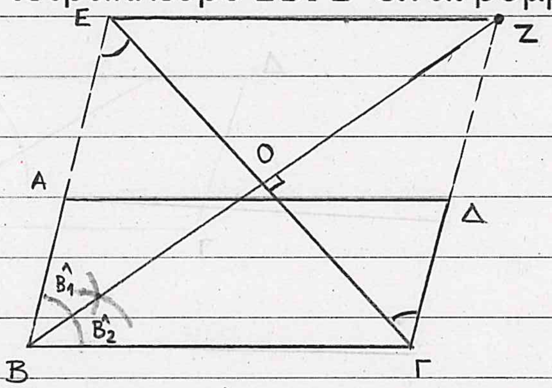
$$\left.\begin{aligned} &\text{Μ μέσο του } ΑΒ \Rightarrow ΑΜ = ΜΒ \Rightarrow ΜΒ = \frac{ΑΒ}{2} \\ &ΑΒ = 2ΒΓ \text{ (δεδομένο)} \Rightarrow ΒΓ = \frac{ΑΒ}{2} \end{aligned}\right\} ΜΒ = ΒΓ$$

$$\left.\begin{aligned} &ΑΒΓΔ \ \# \Rightarrow ΑΒ \parallel = ΓΔ \Rightarrow ΜΒ \parallel ΝΓ \\ &\text{Αφού Ν μέσο της } ΓΔ \Rightarrow ΝΓ = \frac{ΓΔ}{2} = \frac{ΑΒ}{2} = ΜΒ \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

Απέναντι πλευρέ[ς] ίσες και παράλ[λ]ηλες $\Rightarrow$ $ΜΒΓΝ \ \#$

Άρα: $\left.\begin{aligned} &ΜΒΓΝ \ \# \\ &ΜΒ = ΒΓ \end{aligned}\right\}$ Παραλληλόγραμμο με δύο διαδοχικές πλευρές ίσες $\Rightarrow$ ΜΒΓΝ ρόμβος.

6. Δίνεται $ΑΒΓΔ$ παραλληλόγραμμο και $ΒΖ$ διχοτόμος της γωνίας $Β$ ($Ζ$ σημείο της $ΔΓ$). Φέρουμε $ΓΟ \perp ΒΖ$ και το προεκτείνουμε έτσι ώστε να τέμνει την $ΑΒ$ στο $Ε$. Να δείξετε ότι:
(α) το τρίγωνο $ΕΒΓ$ είναι ισοσκελές
(β) τα τρίγωνα $ΟΖΓ$ και $ΟΕΒ$ είναι ίσα
(γ) το τετράπλευρο $ΕΒΓΖ$ είναι ρόμβος



α) Συγκρίνω τα τρίγωνα $\overset{\triangle}{ΕΒΟ}$, $\overset{\triangle}{ΟΒΓ}$:
1) $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ (αφού ΒΖ διχοτόμος της $\hat{B}$) (Γ)
2) ΒΟ κοινή πλευρά (Π)
3) $Ε\hat{Ο}Β = Γ\hat{Ο}Β = 90°$ (αφού $ΓΟ \perp ΒΖ$) (Ο)

(Γ-Π-Ο) $\Rightarrow \overset{\triangle}{ΕΒΟ} = \overset{\triangle}{ΟΒΓ}$ $\Rightarrow$ έχουν όλα τα αντίστοιχα στοιχεία τους ίσα.

$\Rightarrow ΕΒ = ΒΓ \Rightarrow \overset{\triangle}{ΕΒΓ}$ ισοσκελές.

β) Συγκρίνω τα τρίγωνα $\overset{\triangle}{ΟΖΓ}$, $\overset{\triangle}{ΟΕΒ}$
1) $Ε\hat{Ο}Β = Γ\hat{Ο}Ζ = 90°$ (αφού $ΓΟ \perp ΒΖ$) (Ο)
2) $Ε\hat{Γ}Ζ = Β\hat{Ε}Γ$ ως εντός εναλλάξ (Γ)
(αφού ΑΒΓΔ # $\Rightarrow ΑΒ \parallel ΓΔ \Rightarrow ΒΕ \parallel ΓΖ$) (*)
3) ΕΟ = ΟΓ (αφού $\overset{\triangle}{ΕΒΓ}$ ισοσκελές και ΒΟ διχοτόμος $\Rightarrow$ ΒΟ ύψος και διάμεσος) (Π)

(Π-Γ-Ο) $\Rightarrow$ $\overset{\triangle}{ΟΖΓ} = \overset{\triangle}{ΟΕΒ}$

γ) Αφού $\overset{\triangle}{ΟΖΓ} = \overset{\triangle}{ΟΕΒ}$ $\Rightarrow$ έχουν όλα τα αντίστοιχα στοιχεία τους ίσα $\Rightarrow$ ΕΒ = ΓΖ
Όμως ΕΒ $\parallel$ ΓΖ (από (*))

$\Rightarrow ΕΒ \parallel = ΓΖ \Rightarrow ΕΒΓΖ$ #

ΕΒΓΖ # και $ΕΓ \perp ΒΖ$ δηλαδή # με κάθετες διαγωνίους $\Rightarrow$ ΕΒΓΖ ρόμβος

ή

ΕΒΓΖ # και ΕΒ = ΒΓ δηλαδή # με δύο διαδοχικές πλευρές ίσες
$\Rightarrow$ ΕΒΓΖ ρόμβος.