

Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΕΝΟΤΗΤΑ 9_ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΙΙ

(Τραπέζιο)

Λυμένες Ασκήσεις 1-6 Δραστηριοτήτων σελ. 174-175

Τραπεζίο - Δραστηριότητες σελ. 174-175

-1-

$$\textcircled{1} \text{ a) } BE = \frac{AD+GH}{2} = \frac{3+4,2}{2} = \frac{7,2}{2} = \boxed{3,6 \mu.}$$

$$\text{b) } BE = \frac{AD+GH}{2} \Rightarrow x+2 = \frac{x+3+4,2}{2} \Rightarrow 2x+4 = x+7,2 \Rightarrow$$

$$2x-x = 7,2-4 \Rightarrow$$

$$\boxed{x = 3,2 \mu.}$$

$$BE = x+2 = 3,2+2 \Rightarrow \boxed{BE = 5,2 \mu.}$$

$$\textcircled{2} \text{ Αφού } M \text{ μέσο του } AB \text{ και } N \text{ μέσο του } AG \Rightarrow MN \parallel = \frac{BG}{2}$$

$MN \parallel BG \Rightarrow BMNG$ τραπέζιο

$\triangle ABG$ ισοσκελές $\Rightarrow \hat{B} = \hat{G}$

$BMNG$ τραπέζιο με ίσες γωνίες που πρόσκεινται σε μία βάση του $\Rightarrow BMNG$ ισοσκελές τραπέζιο.

$$\textcircled{3} \text{ a) } BG \parallel ZH \parallel AD \xrightarrow[\text{του } BA]{\text{Z μέσο}} H \text{ μέσο του } GA \Rightarrow 2y = 15 \Rightarrow y = \frac{15}{2} \Rightarrow \boxed{y = 7,5 \mu.}$$

$$E \text{ μέσο του } BD \Rightarrow \boxed{x = 8 \mu.}$$

$$\text{b) } BG \parallel ZH \parallel EO \parallel AD$$

$$\Rightarrow BZ = ZE = EA \Rightarrow x = 2 \cdot 5 \Rightarrow \boxed{x = 10 \mu.}$$

$$GH = HO = OD \Rightarrow \boxed{y = 6 \mu.}$$

④ Αφού $BΓ \parallel AΔ \Rightarrow \hat{\Delta} = \hat{\Gamma} = 90^\circ$ (εντός και επί τα αυτά γωνίες είναι παραπληρωματικές, $\hat{\Gamma} + \hat{\Delta} = 180^\circ$)
 Αφού $AB \parallel ΔΓ$ και $ΔA \parallel ΓB$, $\hat{\Delta} = \hat{\Gamma} = 90^\circ \Rightarrow AΔ = BΓ (*)$

Συγκρίνω τα τρίγωνα $\triangle AΔE$ και $\triangle B\hat{\Gamma}Z$:

- | | |
|---|--|
| 1) $\hat{\Delta} = \hat{\Gamma} = 90^\circ$ (0) | } $(\pi - \pi - 0) \Rightarrow \triangle AΔE = \triangle B\hat{\Gamma}Z \Rightarrow$
έχουν όλα τα αντίστοιχα στοιχεία τους ίσα $\Rightarrow AE = BZ (**)$ |
| 2) $ΔE = ZΓ$ (δεδομένο) (π) | |
| 3) $AΔ = BΓ$ (*) (π) | |

$AB \parallel EZ \Rightarrow ABZE$ τραπέζιο
 $AE = BZ (**)$ } $\Rightarrow ABZE$ ισοσκελές τραπέζιο.

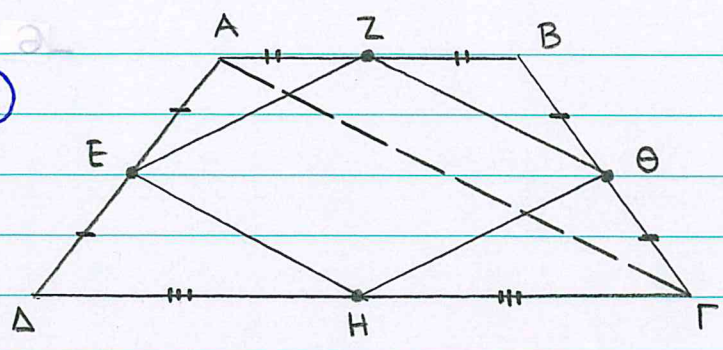
③ α) $B\hat{\Gamma} \parallel ZH \parallel AΔ \Rightarrow H$ μέσο του $ΔΓ \Rightarrow ZH = HΔ \Rightarrow ZH = HΔ \Rightarrow ZH = HΔ \Rightarrow ZH = HΔ$
 $\Rightarrow ZH = HΔ \Rightarrow ZH = HΔ \Rightarrow ZH = HΔ$

$x = 2y$

$BZ = ZE = EA \Rightarrow x = 2y \Rightarrow x = 2y \Rightarrow x = 2y$

$y = 2x$

5



ABΓΔ ισοσκελές τραπέζιο \Rightarrow
 $AD = BG$
 E μέσο AD
 Θ μέσο BG } $\Rightarrow AE = ED = B\Theta = \Theta G (*)$

Φέρω τη διαγώνιο AG .

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$: Z μέσο του AB
 Θ μέσο του $B\Gamma$ } $\Rightarrow Z\Theta \parallel = \frac{A\Gamma}{2}$
 Στο τρίγωνο $A\Delta\Gamma$: E μέσο του AD
 H μέσο του $\Delta\Gamma$ } $\Rightarrow EH \parallel = \frac{A\Gamma}{2}$ } $\Rightarrow Z\Theta \parallel = EH$

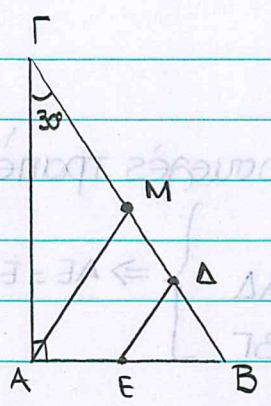
$Z\Theta \parallel = EH$ δηλαδή οι απέναντι πλευρές είναι ίσες και παράλληλες
 $\Rightarrow EZ\Theta H \#$.

Συγκρίνω τα τρίγωνα $E\hat{A}Z$ και $Z\hat{B}\Theta$:

- 1) $AE = B\Theta (*)$ (π)
 - 2) $AZ = ZB$ (Z μέσο του AB) (π)
 - 3) $\hat{A} = \hat{B}$ (διότι $AB\Gamma\Delta$ ισοσκελές τραπέζιο) (γ)
- } (π-γ-π) \Rightarrow
 $E\hat{A}Z = Z\hat{B}\Theta \Rightarrow$ έχουν
 όλα τα αντ. στοιχεία ίσα
 $\Rightarrow EZ = Z\Theta$

$EZ\Theta H \#$
 $EZ = Z\Theta$ } $EZ\Theta H$ παραλληλόγραμμο με δύο διαδοχικές
 πλευρές ίσες $\Rightarrow EZ\Theta H$ ρόμβος.

6



α) E μέσο του AB
 Δ μέσο του MB } ΔΕ // ΑΜ ⇒ ΜΔΕΑ τραπέζιο (*)

Θεώρημα των 30°: $AB = \frac{B\Gamma}{2} = MB$ (αφού Μ μέσο του ΒΓ) } ⇒

ΑΕ = ΕΒ (Ε μέσο του ΑΒ)

ΜΔ = ΔΒ (Δ μέσο του ΜΒ)

⇒ ΑΕ = ΜΔ (*) ⇒ ΜΔΕΑ ισοσκελές τραπέζιο.

β) $x^2 - 3 = \frac{\Delta E + AM}{2} \Rightarrow x^2 - 3 = \frac{2x - 3 + 4x + 17}{2} \Rightarrow$

$2x^2 - 6 = 6x + 14 \Rightarrow$

$2x^2 - 6 - 6x - 14 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 6x - 20 = 0 \Rightarrow$

$x^2 - 3x - 10 = 0$

$(x - 5) \cdot (x + 2) = 0 \Rightarrow \boxed{x = 5}$ ή $x = -2$ Δευτό Απορ.
 $\Delta E = 2x - 3 = \boxed{7cm}$
 $AM = 4x + 17 = \boxed{37cm}$

γ) $\hat{A} = 90^\circ$ και ΑΜ διάμεσος του ορθογώνιου τριγώνου ⇒

$AM = \frac{B\Gamma}{2} \Rightarrow 37 = \frac{B\Gamma}{2} \Rightarrow \boxed{B\Gamma = 74cm}$